Proportionnalité : utilisation de l'égalité des produits en croix en classe de 4ème

Anthony Ravenet

Mémoire

présenté pour l'obtention du Grade de

MASTER

« Métiers de l'enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention 2nd Degré, Professeur des Lycées et Collèges, Mathématiques

Proportionnalité : utilisation de l'égalité des produits en croix en classe de 4ème.

Présenté par

RAVENET Anthony

Sous la direction de :

SIMARD Arnaud

Année 2017-2018

Table des matières :

Introduction.

La proportionnalité est un domaine vaste des mathématiques qui s'étend du cycle 3 (CM1, CM2, 6ème) jusqu'en classe de Terminale. C'est un domaine qui regroupe différentes procédures pour résoudre certains problèmes de la vie courante. Je suis professeur-stagiaire au collège Marius-Daubigney de Tavaux dans le Jura et j'ai deux classes de 4ème en responsabilité. Étant affecté dans un collège je me restreindrai aux différentes procédures liés aux programmes du cycle 3 et du cycle 4 sur la proportionnalité. La classe de 4ème représente le milieu du cycle 4 et c'est un moment dans la scolarité des élèves où la proportionnalité est fortement présente. On y voit en particulier une nouvelle procédure de résolution appelée "égalité des produits en croix" qui n'est pas abordée dans les niveaux précédents. En enseignant avec mes classes ce morceau du programme, je me suis demandé si cette méthode allait être la plus utilisée par les élèves. Ce qui m'a amené à poser la problématique suivante:

Quand et pourquoi l'égalité des produits en croix supplante-t-elle les autres procédures en proportionnalité?

I) Qu'est ce que la proportionnalité?

1) Définition et procédures.

Voici un extrait de l'introduction de l'article ***Petit x, n°90 - 2012*** écrit par Arnaud Simard:

" **Introduction**
La proportionnalité est une notion mathématique centrale du secondaire et prend sa source dans l'enseignement primaire. Cette notion est inscrite dans le pilier 3 du socle Commun des Connaissances et Compétences (2006) « *la proportionnalité : propriété de linéarité, représentation graphique, tableau de proportionnalité, « produit en croix » ou « règle de 3 », pourcentage, échelle ».* Elle apparaît dès les programmes du cycle 3 (voir BO (2008)) sous la forme suivante « *Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées (dont la « règle de trois »)* ». Au collège, la proportionnalité est au programme de toutes les classes (voir BOHS (2004) et BOOS (2008)). Le document « Ressources pour les classes de 6e, 5e, 4e te 3e : Proportionnalité » EDU (2005) donne précisément les attendus notionnels du collège et des pistes pour leur enseignement. En classe de 3° les fonctions linéaires sont abordées et le lien doit être fait avec la proportionnalité. Malgré cette présence constante dans les programmes scolaire, cette notion est loin d'être acquise par tous les élèves qui entrent en seconde (voir Gille (2008)). Ce constat interroge l'enseignement de cette notion et la littérature foisonne d'écrits forts intéressants sur le sujet. Les

articles Comin (2002), Pfaff (2003) ainsi que les ouvrages ERMEL (2001), Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri (1994) et Bonnet (2011) proposent une approche pertinente de la globalité de l'enseignement de la notion de proportionnalité sur l'école et le collège.
L'articulation CM2-sixième est un temps fort de l'apprentissage de la proportionnalité.
En effet, les élèves découvrent le modèle proportionnel par le biais d'activités en lien avec la « vie de tous les jours », ils mettent en œuvre différentes procédures (décrites dans les programmes) et étoffent petit à petit leurs compétences. D'abord considéré comme un outil mathématique permettant de résoudre certains problèmes, la proportionnalité est ensuite étudiée en tant qu'objet mathématique à part entière (la notion est décontextualisée). La modélisation de situation par la proportionnalité (allongement de ressort, échelles…) peut alors être considérée comme un retour de la notion au statut d'outil. Reconnaître une situation modélisable par la proportionnalité est une activité d'une importance cruciale…"

Dans son introduction Arnaud Simard cite des textes faisant référence aux programmes de la proportionnalité au cycle 3 et cycle 4. Les programmes seront étudiés en partie dans un second paragraphe. La proportionnalité est amenée aux élèves par des exercices relevant de la vie de tous les jours pour qu'ils puissent après coup reconnaître et résoudre des problèmes décontextualisés. Il précise que les fonctions linéaires sont introduites en classe de 3ème (fin de cycle 4) même si leurs propriétés caractéristiques comme la propriété additive et la propriété multiplicative vivent déjà à travers la proportionnalité tout au long de son apprentissage. Il nous dit que malgré cette forte présence dans les programmes, cette notion n'est pas toujours acquise par les élèves entrant en classe de seconde.

Nous allons désormais définir la proportionnalité puis donner les propriétés relatives aux diverses procédures de résolution des problèmes utilisées par les élèves des cycles 3 et 4. Nous illustrerons ces procédures à travers des problèmes que peuvent rencontrer les élèves.

Arnaud Simard dans son article ***Petit x* n° xx, 2012** utilise une définition qui selon lui se rapproche le plus de la vision de la proportionnalité au collège:

"Définition : Deux suites de nombres qui se correspondent un à un sont proportionnelles lorsque les rapports de deux nombres correspondants sont égaux.
Nous avons choisi cette définition comme base de la proportionnalité car elle correspond, selon nous, à la plupart des contextes présentés à l'école et au collège (deux suites finies de nombres qui se correspondent)."

Je vais également donner une définition proposée par les professeurs de mathématiques du collège de Tavaux en classe de 5ème (début de cycle 4).

Définition: Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Pour déterminer si une situation est de proportionnalité dans un exercice ou un problème, les élèves ont recours à diverses procédures étudiées tout au long de l'apprentissage de la proportionnalité. Arnaud Simard dans son article ***Petit x, n°90 - 2012*** classe ses procédures dans deux catégories. L'une liée à la théorie des proportions et l'autre à la linéarité.

" L'article publié précédemment (Simard 2012) vise à donner une définition rigoureuse de la proportionnalité, de la linéarité et de ses propriétés caractéristiques. De ces définitions découlent deux catégories de procédures. La première est basée sur la théorie des proportions, elle englobe les procédures suivantes : utilisation du rapport commun, retour à l'unité, règle de trois et produit en croix. La seconde est basée sur la linéarité, elle englobe les procédures qui font appel à l'utilisation de la propriété additive et de la propriété multiplicative. A l'intersection de ces deux catégories se trouve l'utilisation du coefficient de proportionnalité en tant qu'opérateur et l'utilisation de la fonction linéaire associée (dont on identifie le coefficient de linéarité). Enfin, de manière plus anecdotique on trouve la procédure graphique, qui, si elle est justifiée revient à une utilisation fine de la fonction linéaire associée."

Nous allons donc énoncer les propriétés correspondantes à ses différentes procédures, ainsi que les illustrer avec des problèmes que les élèves peuvent rencontrer.

Première catégorie : les procédures basées sur la théorie des proportions.

Dans cette première catégorie nous parlerons des procédures suivantes : le retour à l'unité, la règle de trois et l'égalité des produits en croix.

Nous allons illustrer le retour à l'unité et la règle de trois à l'aide d'un même exemple.

« Problème 1 : Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain. Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ? »

J'ai repris ce problème à Arnaud Simard qui l'a proposé à des élèves de cycle 3 dans son article **Petit x, n°90 - 2012**. La majorité des élèves n'ont pas utilisé ces procédures pour résoudre le problème mais il permet de les illustrer. En effet on peut appliquer la règle de trois de la façon suivante :

2 baguettes coûtent 1,60 euros

:2 1 baguette coûte 0,80 euros

x6 6 baguettes coûtent 4,80 euros

Le passage de la première à la deuxième ligne représente un passage à l'unité et en rajoutant le passage de la deuxième à la troisième ligne on obtient une règle de trois.

Et enfin la dernière procédure de la première catégorie est l'égalité des produits en croix.

<u>Propriété:</u> Si le tableau $\begin{matrix} a & c \\ b & d \end{matrix}$ est un tableau de proportionnalité alors on a

$a*d=b*c$. Réciproquement si on a $a*d=b*c$ alors le tableau $\begin{matrix} a & c \\ b & d \end{matrix}$ est un tableau de proportionnalité.

Voici un exercice que j'ai proposé à mes élèves lors de l'introduction de l'égalité des produits en croix

<u>Exercice :</u> L'allongement d'un ressort est proportionnelle au poids de la masse accrochée au ressort. Lorsqu'une masse de 20kg est accrochée au ressort, ce dernier s'allonge de 9cm. Quelle est la masse notée m qui est accrochée lorsque le ressort s'allonge de 5,4cm?

On va résoudre cet exercice à l'aide de l'égalité des produits en croix.

Masse (kg)	20	m
Allongement (cm)	9	5,4

Comme la situation est de proportionnalité on a l'égalité des produits suivants : $20*5{,}4=9*m$

$m=\frac{20*5{,}4}{9}$ donc $m=12\,kg$. La masse accrochée lorsque le ressort s'allonge de 5,4 cm est 12kg.

<u>Deuxième catégorie :</u> les procédures basées sur la linéarité. Cette catégorie contient les procédures qui font appel à la propriété additive et de la propriété multiplicative de la linéarité.
Voici un théorème correspondant à la propriété additive de la linéarité.

<u>Théorème 1 :</u> Soit *f* une fonction continue de R dans R. La fonction *f* vérifie la propriété « pour tous réels *x* et *y* *f(x+y) = f(x) + f(y)* » si, et seulement si, elle est linéaire.

Et on dit d'une fonction *f* qu'elle vérifie la propriété multiplicative lorsque pour tout couple de réels *x* et *y* on a $f(xy) = xf(y)$.

Ces propriétés ne sont pas données de cette manière aux élèves mais dans la pratique c'est bien celles-ci qu'ils utilisent.
On peut résoudre le problème suivant à l'aide de ces propriétés :
5 camions pèsent 60 tonnes. Combien pèsent 10 camions ? 15 camions ?
5*2=10 et 60*2=120 donc 10 camions pèsent 120 tonnes (propriété multiplicative). 5 camions pèsent 60 tonnes et 10 camions pèsent 120 tonnes, 5+10=15 et 60+120=180 donc 15 camions pèsent 180 tonnes (propriété additive).

On retrouve également d'autres procédures qui sont à l'intersection des deux catégories étudiées précédemment. On trouve par exemple l'utilisation du coefficient de proportionnalité et la procédure graphique.

Voici une définition du coefficient de proportionnalité.
Définition : Étant donné deux suites de nombres proportionnelles**,** le coefficient de proportionnalité est le nombre qui, multiplié par les nombres d'une suite, permet d'obtenir les nombres correspondants de l'autre suite.

Le coefficient de proportionnalité permet par exemple de déterminer une quatrième proportionnelle dans le cas où la situation est de proportionnalité. Ou de reconnaître si un tableau ou une situation est de proportionnalité ou non. Voici un exercice que peuvent rencontrer les élèves.

1 Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en €)	7	28	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

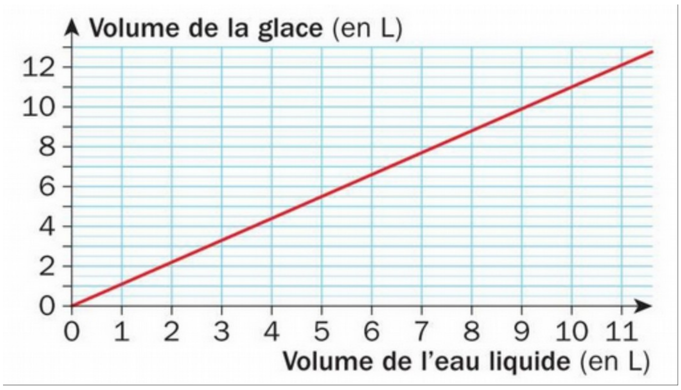
Dans cet exercice les élèves peuvent utiliser le coefficient de proportionnalité, ici 7 est le coefficient qui permet de passer du nombre de séances 1 au prix à payer 7 euros. Les élèves peuvent vérifier si 7 permet pour 4 séances puis pour 12 séances de trouver le prix correspondant. Pour 4 séances on obtient 4x7=28 euros, mais pour 12 séances on obtient 12x7=84 euros. Donc les élèves peuvent conclure que le prix n'est pas proportionnel au nombre de séances.

Et enfin pour finir, voici une propriété correspondant à la procédure graphique :

Propriété : Une situation représentée par des points alignés avec l'origine du repère est équivalente à une situation de proportionnalité.

J'ai proposé l'exercice suivant à mes élèves pour utiliser cette procédure graphique.

Exercice: Quand l'eau gèle, son volume augmente. Le graphique suivant représente le volume de glace à partir du volume d'eau liquide.



1) Quelle est le volume de glace obtenu à partir de 10L d'eau liquide ?

2) Quelle volume d'eau liquide faut-il geler pour obtenir 5,5 L de glace ?

3) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifiez

2) La proportionnalité dans la scolarité des élèves.

Voici des extraits de programmes du cycle 3 et du cycle 4 portants sur le domaine de la proportionnalité et montrant les procédures enseignées aux élèves.

Cycle 3:

Proportionnalité » Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.	Situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes, des taux de pourcentage, en lien avec l'étude des fractions décimales. Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicatives), de proportionnalité, de passage à l'unité. Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

Au cycle 3 les élèves rencontrent des problèmes relevant de la proportionnalité comme le montre la deuxième colonne du tableau (vitesses, pourcentages, échelles...). Ce sont des problèmes de la vie courante qui représentent la société actuelle. Ils doivent également être capable de reproduire une figure à l'aide d'une échelle. C'est à dire répondre à des situations de ce genre: "sur un plan donné, 2cm représente 5km. Par quelle distance représente-t-on une distance de 20km". Mais aussi identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs, par exemple: la masse d'un aliment et le prix. "Si 3 kilogrammes de pommes coûtent 4,50 euros, combien coûtent 6 kilogrammes de pommes?".

Les diverses procédures utilisées pour résoudre ce genre de problème sont amenées progressivement tout au long du cycle avec au début de cycle (CM1) "les propriétés de linéarité (additive et multiplicative)". Puis les procédures "passage à l'unité" ou "calcul du coefficient de proportionnalité" sont mises en place. Les problèmes concernant les échelles, les pourcentages ou encore les vitesses sont rencontrés à partir de la classe de CM2.

Les programmes stipulent que ces procédures doivent être explicitées à l'aide d'exemples et de façon non formelle.

Cycle 4:

Thème B - Organisation et gestion de données, fonctions

La plupart des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées aux cycles précédents. Au cycle 4, les élèves apprennent à utiliser une représentation adaptée de données pour en faire une interprétation critique. Ils abordent les notions d'incertitude et de hasard, afin de construire une citoyenneté critique et rationnelle. Ils apprennent à choisir une méthode adaptée au problème de proportionnalité auquel ils sont confrontés. Ils découvrent progressivement la notion de fonction, qui leur permet d'accéder à de nouvelles catégories de problèmes.

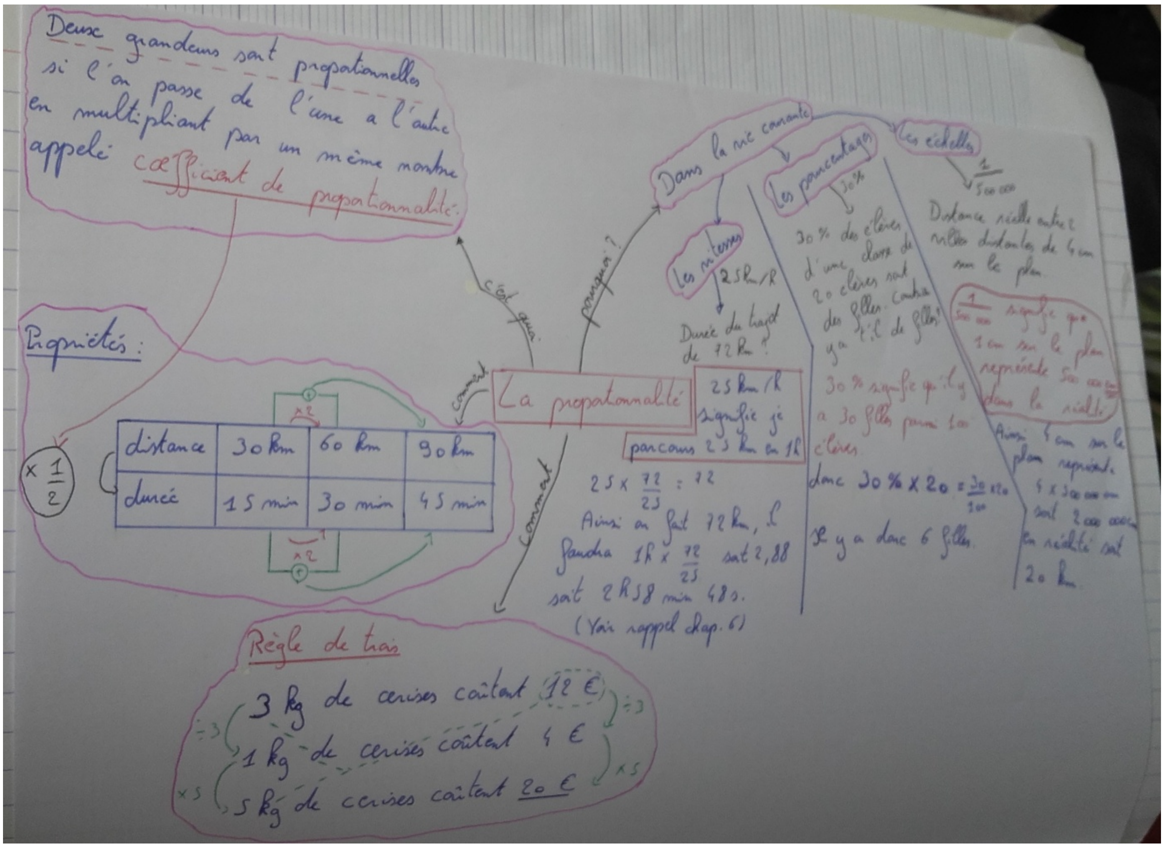
Au cycle 4 les procédures pour résoudre un problème relevant de la proportionnalité sont les mêmes qu'au cycle 3. On rajoutera la procédure " égalité des produits en croix" à partir de la classe de 4ème et la notion de fonction en classe de 3ème. Les élèves doivent pouvoir justifier de la proportionnalité ou de la non-proportionnalité d'une situation à partir d'un tableau, d'une représentation graphique ou encore d'une formule liant deux grandeurs.

II) Travaux effectués au cours de l'année.

1) Cahier de cycle.

Dans le cadre du cycle 4 les professeurs du collège de Tavaux ont pris la décision que à partir de la rentrée 2016/2017 les élèves aient un cahier de "cycle" regroupant les 3 années du collège représentant le cycle 4. C'est à dire les classes de cinquième, quatrième et troisième. Ils ont décidé de revoir et d'approfondir les diverses procédures liées à la proportionnalité vues au cycle3 avec la réalisation d'une carte mentale. Ils ont réalisé cette carte mentale avec leurs élèves de cinquième qui sont désormais en classe de quatrième dans mes classes.

Voici la carte mentale réalisée l'année dernière par un élève en classe de cinquième:



2) Activité d'approche sur le produit en croix.

Voici le plan de séance regroupant l'analyse à priori, l'analyse à posteriori ainsi que l'énoncé de mon activité d'approche sur l'égalité des produits en croix.

Classe: 4ème

Séquence: Proportionnalité

Objectifs:

Connaissances	Compétences
-Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité. -coefficient de proportionnalité -calculs avec des fractions -emmener les élèves à l'égalité des produits en croix	-Calculer -Modéliser -Communiquer -Raisonner:

Analyse à priori:

Énoncé de l'activité: voir ANNEXE

Objectifs visés:

-"Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité."

-"Coefficient de proportionnalité."

-«Calculer avec des fractions»

- «Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.

Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant, par exemple, le produit en croix. »

Compétences:

Calculer: Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel). Par exemple ici mettre deux fractions sous le même dénominateur.

Modéliser: reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.

Raisonner: Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies pour parvenir à une conclusion.(propriétés, théorèmes, formules). Ici le but de cette activité et de montrer l'égalité des produits en croix, même si ici le raisonnement sera moins à l'initiative des élèves car je compte les guidés lors du premier exercice.

Communiquer: expliquer à l'oral ou à l'écrit sa démarche, son calcul, son raisonnement...

Obstacles et remédiassions:

Certains élèves peuvent avoir du mal avec la notation du symbole «? » ou encore de la lettre « t », je compte bien insister sur le fait que c'est une notation et que sa ne change rien aux diverses procédures qu'ils pourraient entreprendre et que si on avait choisis un autre symbole ou une autre lettre cela revenait au même.

Pour la deuxième question je souhaite les amener à trouver l'égalité des produits par l'égalité de deux fractions qui ont un dénominateur commun donc un numérateur commun (les produits attendus). Je prévois donc un rappel sur le calcul de fractions comme le fait de passer une fraction sur un autre dénominateur.

Scénario pédagogique:

-50 min prévu pour cette activité.

Déroulement de la séance:

-Une phase de recherche individuelle (5min) est demandée pour que chacun s'approprie l'énoncé et que chacun rentre dans la résolution du problème. Puis travail en entraide (5-10min). Après ce temps écoulé je pense que peu d'élèves seront allés plus loin que la première question donc nous feront une mise en commun pour que je les amène à la solution que j'attends surtout pour la question 2 et 3 des deux premiers exercices. C'est à dire l'utilisation des deux fractions données dans la question 1 que l'on mettra sous un dénominateur commun et qui seront égales par la question 1 et cela nous donnera l'égalité des numérateurs qui seront donc les produits attendus. Pour la question 3) je vais leur demander de résoudre avec les valeurs de l'énoncé l'opération à trou Ax...=B avec en réponse attendu le quotient de B par A, ce travail a été retravaillé en activité mentale. (15 min)

-Puis une phase de 15-20 min en groupe pour réaliser le deuxième exercice à l'aide de la méthode vu ensemble dans l'exercice 1.

-Enfin l'exercice 3 pour les élèves les plus avancés. Cet exercice sera à faire ou à finir à la maison.

Trace des apprentissages:

Les élèves doivent conserver sur leur cahier d'exercice leur trace de recherche ainsi que la correction faîtes au tableau des exercices. Mais également le rappel sur le calcul fractionnaire (dénominateur commun…).

Analyse à posteriori:

Les élèves ont eut énormément de mal à se lancer dans l'activité, peu d'entre eux ont réussi la question 1 du premier exercice. Les fractions sont égales car elles correspondent à deux coefficients de proportionnalité qui sont égaux car dans l'énoncé on nous dit que le tableau est un tableau de proportionnalité.

Nous avons donc résolu ensemble l'exercice 1 et cela à pris pratiquement toute la séance. La notation « ? » a bloqué les élèves au démarrage mais après ils n'ont pas été gênés. Le calcul de fractions datant de l'année précédente à été très dure à faire amener par les élèves, j'ai donc du vraiment guidé point par point le raisonnement oralement aux élèves. J'ai décidé de prendre le temps pour qu'ils puissent comprendre les étapes et puissent faire l'exercice 2 chez eux.

Le lendemain très peu d'élèves voir quasiment aucun n'a essayé de résoudre l'exercice à l'aide de la méthode vue en classe. Cela s'explique par la connaissance du « produit en croix » par les parents des élèves qui leur on fait directement appliquer sans leur expliquer, ce qui 'avait aucun sens ici puisque l'utilisation de « leur » produit en croix permet seulement la résolution de la question 3.

L'exercice 3 a lui été plus réussi, même si les élèves n'ont pas forcément utiliser l'égalité des produits en croix pour le résoudre. Par contre ceux qui l'ont utilisé ne l'ont pas justifié et n'ont pas communiqué la méthode utilisée.

ANNEXE:

ACTIVITÉ 2: "égalité des produits en croix".

Exercice 1: On désire calculer le prix (noté ?) de 7m de corde sachant que 25m coûtent 3€. Le prix est proportionnel à la longueur.

Le tableau ci-contre illustre la situation :

Longueur (m)	25	7	75
Prix (euros)	3	?	9

1) Justifier l'égalité suivante: $\frac{3}{25}=\frac{?}{7}$

2) Justifier l'égalité des produits $25\times ?$ et 3×7 .

3) En t'aidant de la question 2) calculer la valeur de $?$.

Exercice 2: La taille d'un fichier est proportionnelle au temps qu'il faut pour le télécharger. Lucas se demande combien de temps il a besoin pour télécharger son fichier de 120Mo en sachant que pour télécharger un fichier de 32Mo il faut 40 secondes. Le tableau ci-contre illustre la situation :

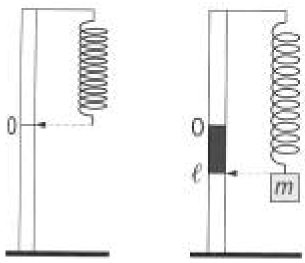
Taille du fichier (Mo)	32	120	64
Temps (s)	40	t	80

1) Justifier l'égalité suivante: $\frac{40}{32} = \frac{t}{120}$

2) Justifier l'égalité des produits $32 \times t$ et 40×120 .

3 En t'aidant de la question 2) calculer la valeur de t .

Exercice 3: Le ressort



L'allongement d'un ressort est proportionnelle au poids de la masse accrochée au ressort. Lorsqu'une masse de 20kg est accrochée au ressort, ce dernier s'allonge de 9cm. Quelle est la masse notée m qui est accrochée lorsque le ressort s'allonge de 5,4cm?

3) Diverses évaluations proposés aux élèves sur la proportionnalité.

Durant le mois d'octobre j'ai évalué le travail réalisé en classe sur la proportionnalité de deux manières:

-La première lors d'un devoir surveillé en classe à travers deux exercices. Le premier exercice représente une situation de proportionnalité à travers une recette de cuisine, le second exercice décrit une situation de proportionnalité à l'aide d'un graphique. Pour ce second exercice l'objectif était la caractérisation d'une situation de proportionnalité par une droite qui passe par l'origine. Je vais donc parler du premier exercice où j'ai été particulièrement attentif aux diverses procédures utilisées par les élèves (passage à l'unité, coefficient de proportionnalité, produit en croix...)

Voici l'énoncé du premier exercice:

" Exercice 1: Lili veut faire des gaufres avec sa maman. Elle cherche sur internet et trouve la recette suivante: pour 4 personnes il faut 150g de farine, 4 œufs et 500mL de lait.

1) Quelle quantité de chaque ingrédient faut-il pour préparer des gaufres pour 10 personnes?

2) Lili dispose de 600g de farine, une boîte de 12 œufs et 2L de lait. Combien de personnes peut-elle inviter au maximum? "

Les procédures les plus utilisées ont été le passage à l'unité et le coefficient de proportionnalité.

En effet dans l'énoncé on nous dit que pour 4 personnes il faut 4 œufs donc la plupart des élèves ont directement dit que pour une personne il faut 1 œuf et donc pour 10 personnes il en faut 10. Ils ont donc utilisé le passage à l'unité pour trouver le nombre d'œufs nécessaire. Sur leur lancée de nombreux élèves ont donc appliqué le passage à l'unité pour les deux autres ingrédients. Ils ont réalisé un tableau contenant la quantité de chaque ingrédient pour une personne et à partir de cela ils ont pu trouver la quantité nécessaire pour 10 personnes.

Certains d'entre eux ont utilisé le passage à l'unité pour les œufs puis le coefficient de proportionnalité (2.5 ici) pour les deux autres ingrédients.

Pour la question 2) des élèves ont directement dit: " comme on a 12 œufs on peut inviter 12 personnes au maximum", mais ceux-là n'ont pas pensé à vérifier si il y avait assez de farine et de lait pour 12 personnes. Tandis que ceux qui ont dits que l'on passait de 4 œufs à 12 œufs en multipliant par 3 l'ont fait également pour les autres ingrédients.

L'égalité des produits en croix qui est la procédure "nouvelle" de résolution de problème relevant de proportionnalité en classe de 4ème, n'a pas été très utilisée puisque seulement 3 élèves sur 23 l'ont utilisé pour résoudre l'exercice. Il en va de même pour la justification des réponses, lors des deux premières procédures les élèves ont justifié la plupart du temps qu'ils utilisaient le passage à l'unité ou le coefficient de proportionnalité. Ceux qui ont utilisé l'égalité du produit en croix l'ont utilisé mais ne l'ont pas justifié.

-La seconde lors d'un devoir en temps libre à réaliser en une semaine de façon individuelle.

<u>Énoncé du DTL N°1:</u>

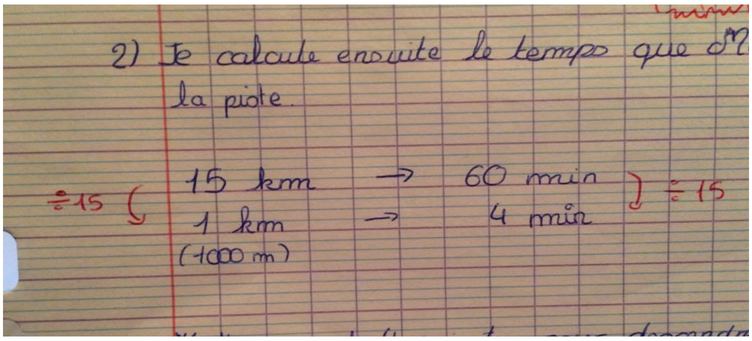
Mathieu part une journée aux ROUSSES, pour faire du ski avec sa classe. Il veut emprunter le Teleski où personne n'attend. Sa montre indique 15h50 et son professeur lui a donné rendez-vous au pied des pistes à 16h précises pour le retour. Mathieu decend en moyenne à 15km/h. A-t-il le temps de faire une dernière descente en sachant que la piste mesure 1000m?

Ce devoir en temps libre a pour objectifs:
- "Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités."
-"Reconnaître une situation de proportionnalité"

En effet, cet énoncé fait appel aux notions de vitesse moyenne, distance, temps (etc.). C'est un exercice qui peut être résolu uniquement à l'aide de la proportionnalité avec par exemple la "traduction" d'une vitesse "15km/h" par "15 kilomètres en une heure", ce qui représente en faite un passage à l'unité en proportionnalité. Cela permet de faire le lien avec la formule de la vitesse " $V=\frac{d}{t}$ " qui dans mon cas n'a pas été rencontrée par les élèves dans les classes précédentes, ni en mathématiques, ni en physique-chimie. Certains élèves se servent tout de même de cette formule notamment ceux qui travaillent avec leurs parents.

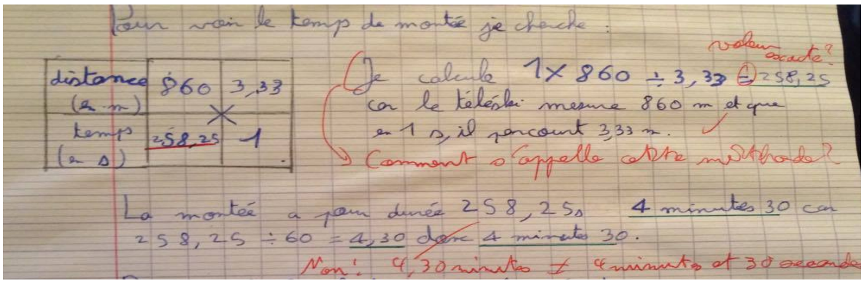
Lors de la correction des copies j'ai également prêté attention aux procédures utilisées par les élèves pour résoudre le problème. Voici quelques productions des élèves:

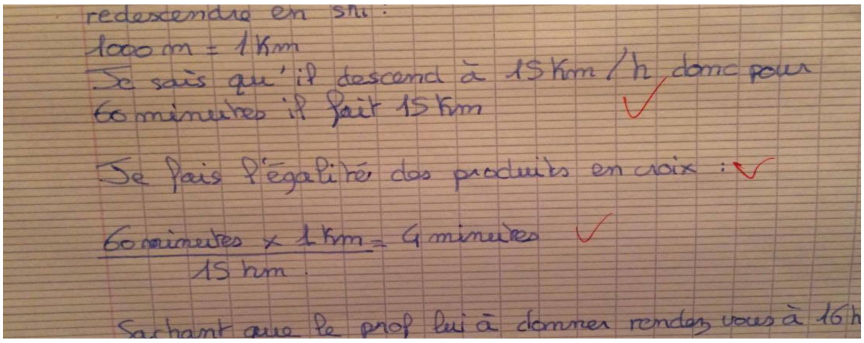
Production 1:



Les méthodes les plus utilisées par les élèves ont été la propriété de linéarité multiplicative, comme ci-contre, et le coefficient de proportionnalité. En effet les élèves ont traduis 15km/h en 15 kilomètres en une heure donc en 60 minutes, puis ils ont cherché pour 1 km. C'est également un passage à l'unité mais il était obligatoire ici puisque la longueur de la piste était de 1000m donc 1km.

Productions 2 et 3: Les deux élèves qui ont réalisés ces deux productions ont utilisés l'égalité des produits en croix.





redescendre en ski :
1000 m = 1 Km
Je sais qu'il descend à 15 Km/h donc pour
60 minutes il fait 15 Km

Je fais l'égalité des produits en croix :

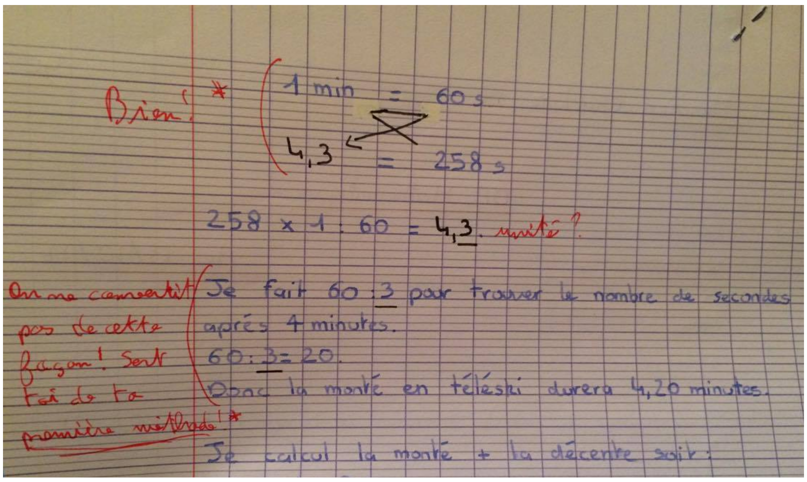
$\frac{60 \text{ minutes} \times 1 \text{ Km}}{15 \text{ km}} = 4$ minutes

Sachant que le prof lui à donner rendez vous à 16h

Le premier a réalisé le calcul directement sans préciser quelle méthode il utilisait, même si le fait de représenter une croix au milieu de son tableau laisse penser que c'est sa façon de nous communiquer sa méthode

Le second lui n'a pas modélisé la situation à l'aide d'un tableau par contre il nous indique quelle méthode il utilise: "Je fais l'égalité des produits en croix". Puis il effectue le calcul correspondant.

<u>Production 4:</u> Je propose également cette quatrième production qui à mon sens montre que les élèves savent appliquer une telle méthode comme l'égalité des produits en croix, mais ne comprennent pas pourquoi on l'utilise.



Bien! *

1 min = 60 s
4,3 = 258 s

258 x 1 : 60 = 4,3 minute?

On ne convertit pas de cette façon! Sert toi de ta première méthode! *

Je fait 60 : 3 pour trouver le nombre de secondes après 4 minutes.
60 : 3 = 20.
Donc la monté en téléski durera 4,20 minutes.
Je calcul la monté + la décente soit :

En effet dans cette production l'élève représente son calcul à l'aide d'une sorte de "croix" qui indique le sens de son calcul qu'il écrit ensuite: "258x1:60". Cela montre bien que l'élève a compris comment utiliser cette procédure. Néanmoins la suite de son raisonnement montre qu'il n'a pas réellement compris l'utilisation de l'égalité des produits en croix. Il se retrouve avec deux situations semblables (conversion de durée) et il ne résout pas la seconde situation avec l'égalité des produits en croix comme lors de la première situation. De plus si il avait compris ce qu'il avait fait lors de la première situation il aurait pu remarquer que sa conversion n'était pas correcte. (4,3min=4.20min?) En sachant qu'il voulait obtenir des secondes c'est à dire convertir 0.3 minutes en secondes.

En conclusion de ce devoir en temps libre, j'ai pu observer une très légère augmentation de l'utilisation de l'égalité des produits en croix. En effet 3 élèves sur 23 ont utilisé cette procédure durant le devoir surveillé n°1 tandis que 6 élèves l'ont utilisé pour résoudre ce devoir en temps libre.

III) Evolution de l'utilisation de l'égalité du produit en croix au cours de l'année.

Au cours de l'année les élèves sont amenés à rencontrer régulièrement de nouvelles situations qu'ils peuvent résoudre à l'aide de procédures liées à la proportionnalité. Même si celle-ci n'est pas la notion principale à travailler lors de la séquence en cours.

Je vais vous présenter deux sortes d'expérimentations qui ont vécu dans la classe, ainsi que des productions d'élèves.

1) Première expérimentation : Janvier 2018

Lors d'un devoir en temps libre portant sur la séquence « Quadrilatères particuliers » et notamment sur les propriétés directes et réciproques du parallélogramme, les élèves ont une situation liée à la notion de vitesse à résoudre comme au premier devoir en temps libre.

Énoncé du DTL °3 :

« **Devoir en temps libre n°3.**

Alain part de chez lui pour se rendre à la piscine, en prenant le chemin le plus court à une vitesse de 4km/h. Bastien, lui, se rend au centre ville le plus vite possible en courant à une vitesse de 10km/h.

Alain habite à 2 kilomètres de la piscine et Bastien à 4 kilomètres du centre ville.

On note A la maison de Alain, B la maison de Bastien, P la piscine et V le centre ville. On sait que le quadrilatère ABPV forme un parallélogramme. On note I le milieu des diagonales du parallélogramme, l'angle $\widehat{AIB}$ mesure 50°.

1) Faire une figure de la situation en prenant pour échelle 2 cm sur la figure représente 1km dans la réalité.

2) Où Alain et Bastien peuvent-ils se rencontrer? Justifiez

3) Alain et Bastien partent en même temps, vont-ils se rencontrer ? Justifiez. »

Ce devoir en temps libre a pour objectifs:
- "Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités."
- Propriétés sur les diagonales d'un parallélogramme :

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

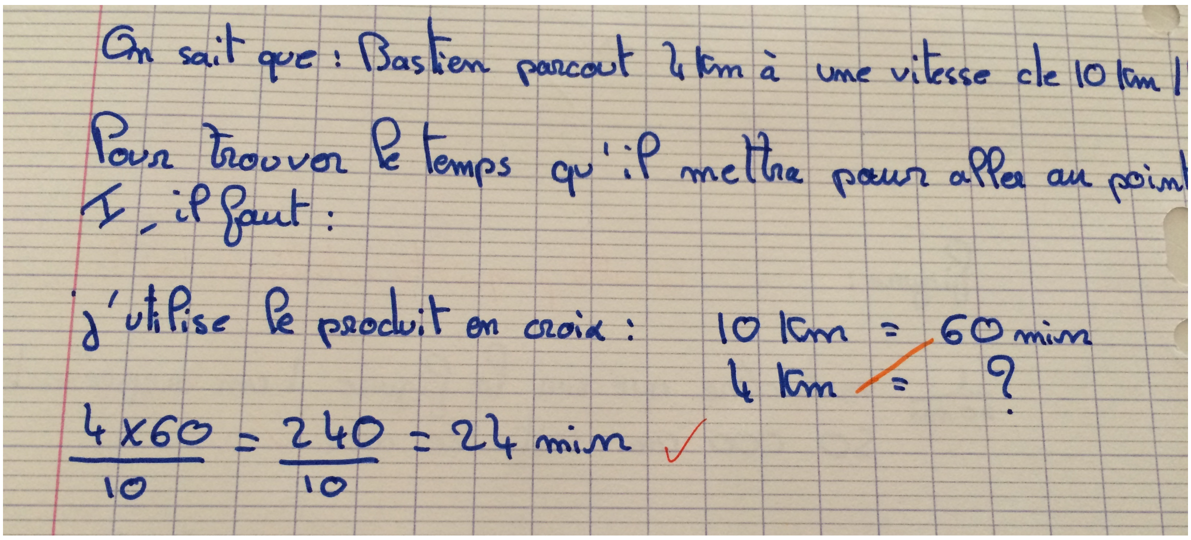
- Proportionnalité : utiliser une échelle, reconnaître une situation de proportionnalité.

Dans ce DTL les données de l'énoncé sont choisies de manière à ce que le calcul ne soit pas un obstacle pour les élèves. En effet Alain et Bastien peuvent se croiser uniquement au milieu des diagonales du parallélogramme ABPV, donc Alain a 1 kilomètre à effectuer à une vitesse de 4 kilomètres par heure et Bastien a 2 kilomètres à effectuer à une vitesse de 10 kilomètres par heure. Après résolution Alain met donc 15 minutes pour se rendre au milieu des diagonales tandis que Bastien lui met 12 minutes pour atteindre ce même endroit. Conclusion , Bastien et Alain ne vont pas se rencontrer.

Donc à priori la procédure « égalité des produits en croix » n'est pas la plus adaptée pour cette situation. Pourtant environ un cinquième des élèves sur l'ensemble des deux classes de 4ème ont utilisé cette procédure.

Voici quelques productions d'élèves :

<u>Production 1 :</u>


On sait que : Bastien parcout 4 km à une vitesse de 10 km /

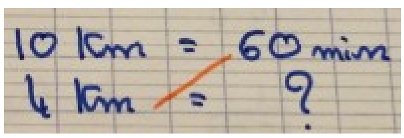
Pour trouver le temps qu'il mettra pour aller au point I, il faut :

j'utilise le produit en croix : 10 km = 60 min

4 km = ?

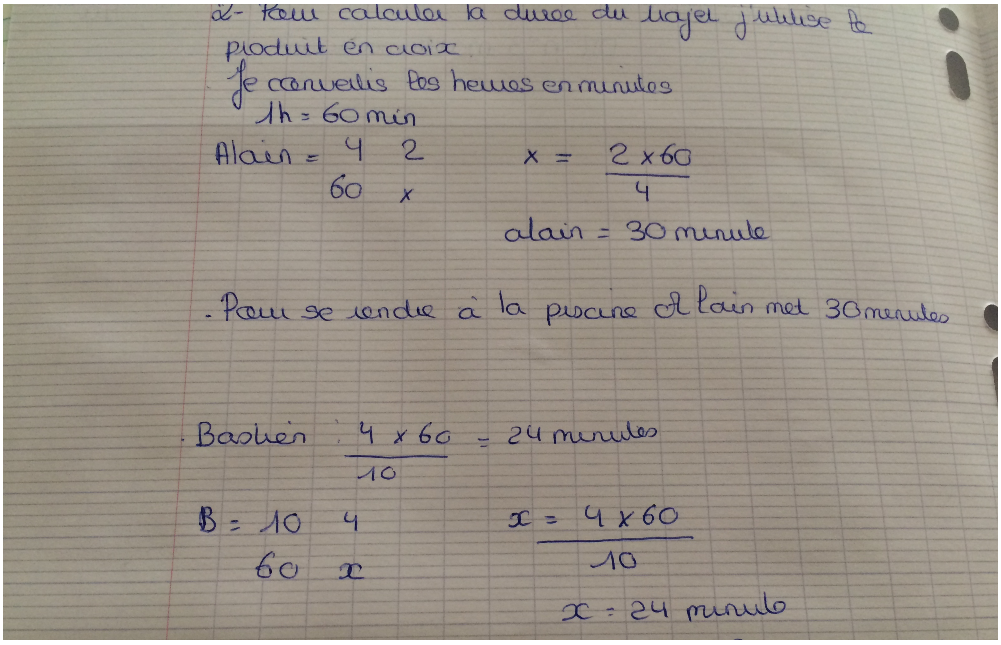
$\frac{4 \times 60}{10} = \frac{240}{10} = 24$ min

Dans cette production l'élève a utilisé l'égalité des produits en croix et a précisé qui l'utilisait cette méthode. Néanmoins lorsque l'on observe sa « modélisation » :

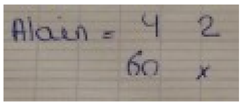


On peut remarquer que le coefficient 6 aurait pu être utilisé puisque l'on passe de la distance 10km au temps 60 min en multipliant 10 par 6. Et en procédant de manière identique on aurait trouvé «?= 24 min ». Cette procédure linéaire n'a pas été repérée par l'élève.

<u>Production 2 :</u>



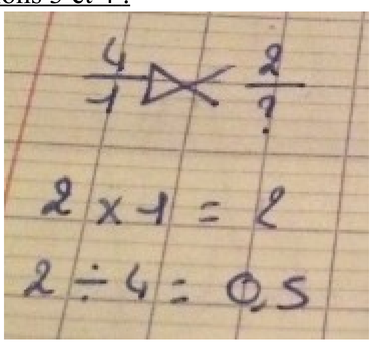
Dans cette deuxième production, on peut observer un certain automatisme lors de l'utilisation de l'égalité des produits en croix, l'élève ne pousse pas son raisonnement et applique directement la procédure qui « fonctionne » dans chaque situation.

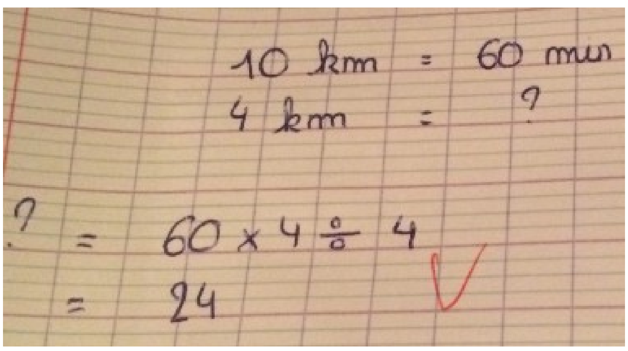


Alors que comme l'élève précédent on peut observer dans sa modélisation :
la procédure linéaire pour passer de 4 à 2 en divisant par 2 donc de 60 à x=30 en divisant également par 2. Ou encore le coefficient de proportionnalité pour passer de 10 à 60 en multipliant par 6 comme précédemment.

Il applique donc ici deux fois consécutivement la procédure «égalité des produits en croix » alors que la situation possède à priori des données axées sur des procédures plus linéaires ou sur le coefficient de proportionnalité.

<u>Productions 3 et 4 :</u>





J'ai pu constater également que dans la plus part des copies l'égalité des produits en croix n'est pas justifiée ni même mentionnée. Les élèves modélisent sous forme de tableau ou encore avec une croix la situation puis appliquent le calcul directement.

Ce devoir en temps libre a montré que l'égalité des produits en croix est souvent utilisée en tant que calcul ou application directe. Les élèves ne la justifie pas et ne mentionne pas non plus la proportionnalité dans leur démarche. Le devoir en temps libre n'a pas été réalisé en classe, donc pour retirer une possible influence des parents sur le choix de la procédure, nous avons décidé avec Arnaud Simard de faire une expérimentation en classe.

2) Deuxième expérimentation : Mars 2018 (Partie 1)

Avant de réaliser l'expérimentation j'ai retravaillé avec les élèves quelques petits problèmes de proportionnalité lors de certaines activités mentales. Ceci avait pour but de réinvestir la séquence sur la proportionnalité et également de revoir les différentes procédures permettant de résoudre les problèmes. Toutes les procédures n'ont pas été revus mais au moins deux différentes faites par les élèves ont été montrées à l'ensemble de la classe pour chaque problème.

Exemples de problèmes proposés aux élèves :

Problème 1 : Paul achète 8 glaces pour 14€. Combien coûtent 12 de ces mêmes glaces ?

Problème 2 : Au supermarché 400 g de miel valent 2.50€. Combien valent 1,2kg de ce même miel?

L'expérimentation consiste à donner deux exercices qui sont deux situations de proportionnalité à différents moments de l'année. Un au mois de Mars puis un au mois de Mai, en faisant varier différents critères :

-Le professeur : les exercices sont proposés à différentes classes du même niveau qui n'ont pas le même professeur. Ceci a pour but de voir si l'enseignement d'un professeur influence plutôt qu'un autre sur les différentes procédures de résolution utilisées par les élèves. J'ai présenté l'égalité des produits en croix comme une procédure quelconque sans la présenter comme « recette miracle », je tenais donc à observer si la manière de présenter cette procédure de mes collègues allait montrer un écart, en nombre, dans son utilisation.

- Le niveau : nous avons décidé de proposer les exercices à une classe de troisième pour pouvoir observer l'évolution d'une classe de milieu de cycle 4 et une de fin de cycle 4.

- Les consignes : les consignes sont claires et courtes, les élèves doivent dans un premier temps résoudre un exercice puis dans un second temps donner et expliciter la procédure choisie. Pour ne pas influencer les élèves, le professeur n'intervient pas et ne répond pas aux questions. Dans la première phase de l'expérimentation la calculatrice est interdite, puis dans la seconde phase la calculatrice est autorisée. Ceci a pour but de voir si la difficulté des calculs influence ou non la procédure choisie par l'élève.

Énoncé donné aux élèves pour la première phase de l'expérimentation:

« Exercice :

1) Résoudre le problème suivant :

« 15 billes identiques pèsent 21g ensemble. Combien pèsent 45 de ces mêmes billes ? »

2) Quelle méthode as-tu utilisé pour résoudre le problème ? Pourquoi as-tu choisi cette méthode ? »

L'énoncé porte sur une situation concrète. Les données choisies orientent à priori l'élève sur une procédure linéaire. En effet on peut remarquer que l'on passe de 15 billes à 45 billes en multipliant 15 par 3. Donc en faisant de même pour la deuxième grandeur on passe de 21 g à 63 g en multipliant 21 par 3.

Les termes « identiques », « ensemble » et « mêmes » sont présents pour lever toute incertitude sur le fait que la situation est de proportionnalité ou non. Ces termes indiquent que la situation est bien une situation de proportionnalité.

Avant de présenter plusieurs copies d'élèves voici un tableau récapitulatif des procédures utilisées par les élèves.

En classe de 3ème :

Procédures	Effectifs	Fréquences
Égalité des produits en croix	9	$\frac{9}{21} \simeq 0{,}43$
Procédures linéaires	9	$\frac{9}{21} \simeq 0{,}43$
Coefficient de proportionnalité	1	$\frac{1}{21} \simeq 0{,}05$
Retour à l'unité	2	$\frac{2}{21} \simeq 0{,}09$
Total	21	1

En classe de 4ème :

Procédures	Effectifs	Fréquences
Égalité des produits en croix	3	$\frac{3}{66} \simeq 0{,}04$
Procédures linéaires	58	$\frac{58}{66} \simeq 0{,}88$
Coefficient de proportionnalité	0	0
Retour à l'unité	5	$\frac{5}{66} \simeq 0{,}08$
Total	66	1

Le nombre d'élèves est insuffisant pour faire des statistiques mais nous pouvons observer sans émettre de réelles conjectures que 43 % des élèves de la classe de 3ème ont répondu à l'aide de l'égalité des produits en croix. Ceci représente le même pourcentage que les procédures linéaires qui à priori étaient plus adaptées aux problèmes.

Les élèves de 4ème toutes classes confondues représentent un effectif plus grand mais toujours insuffisant. On peut tout de même constater que 88 % des élèves ont opté pour des procédures linéaires. Tandis que seulement 4 % ont opté pour l'égalité des produits en croix.

Les 3 élèves qui ont utilisé l'égalité des produits en croix font tous parti d'une classe différente, même si encore une fois le nombre de copies est insuffisant pour faire des conjectures, on peut observer que pour ces 3 classes, pour cet exercice, l'enseignement du professeur n'a pas eu d'influence sur la procédure utilisée. Il n'y a pas de différence notable pour une classe plutôt qu'une autre en terme de procédures utilisées.

Après cette expérience je me pose la question suivante : Le fait que les élèves de 4ème retravaillent concrètement lors d'une séquence les procédures de résolutions de problèmes liés à la proportionnalité contrairement aux élèves de 3ème (dans cet établissement en tout cas) permet-il à ces élèves de faire un choix plus « judicieux » de procédure pour résoudre un problème ?

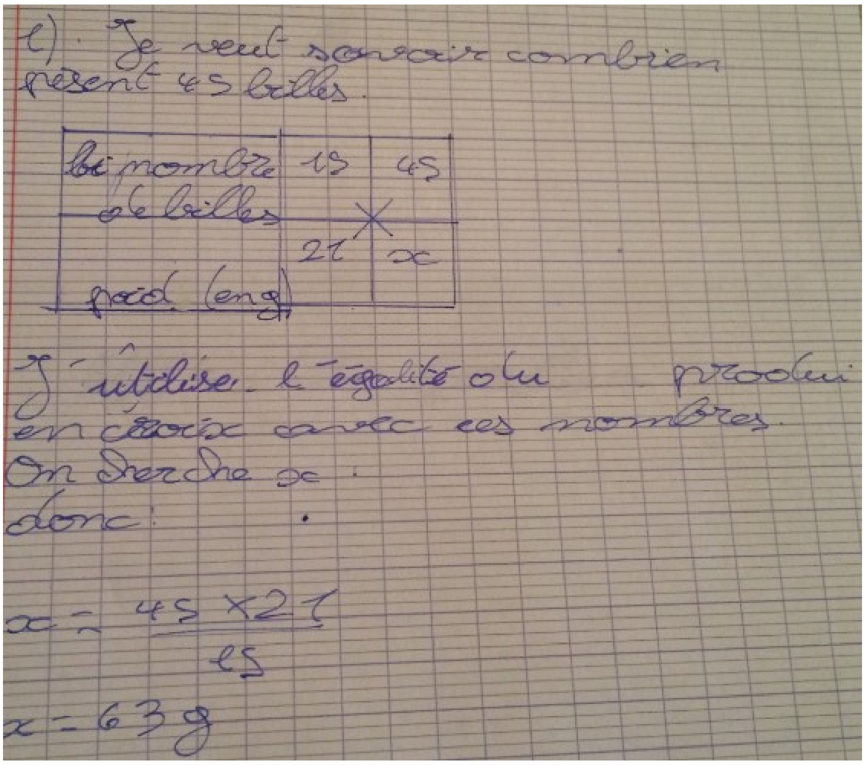
En effet les élèves de 3ème sont plus amenés à rencontrer des problèmes de proportionnalité à travers d'autres séquences comme le théorème de Thalès ou encore les triangles semblables.

Lors de la deuxième expérience j'aurais avec mes élèves travaillé sur la séquence théorème de Thalès. Dans cette séquence l'égalité des produits en croix, même si elle n'est pas la seule solution, permettra aux élèves de calculer une longueur manquante dans une configuration de Thalès. En effet dans le cas de deux fractions égales on peut utiliser l'égalité des produits en croix.

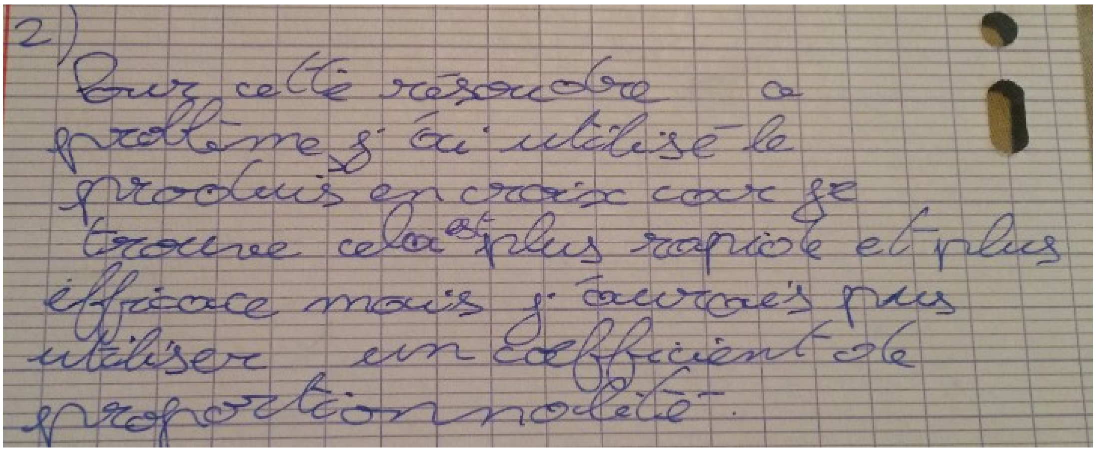
Je me demande donc si le fait de revoir l'utilisation de l'égalité des produits en croix par l'intermédiaire d'une autre séquence va ou non influencer le choix de cette procédure.

Nous allons désormais analyser des productions d'élèves ainsi que leur justification concernant le choix de leur procédure.

<u>Production 1 :</u>



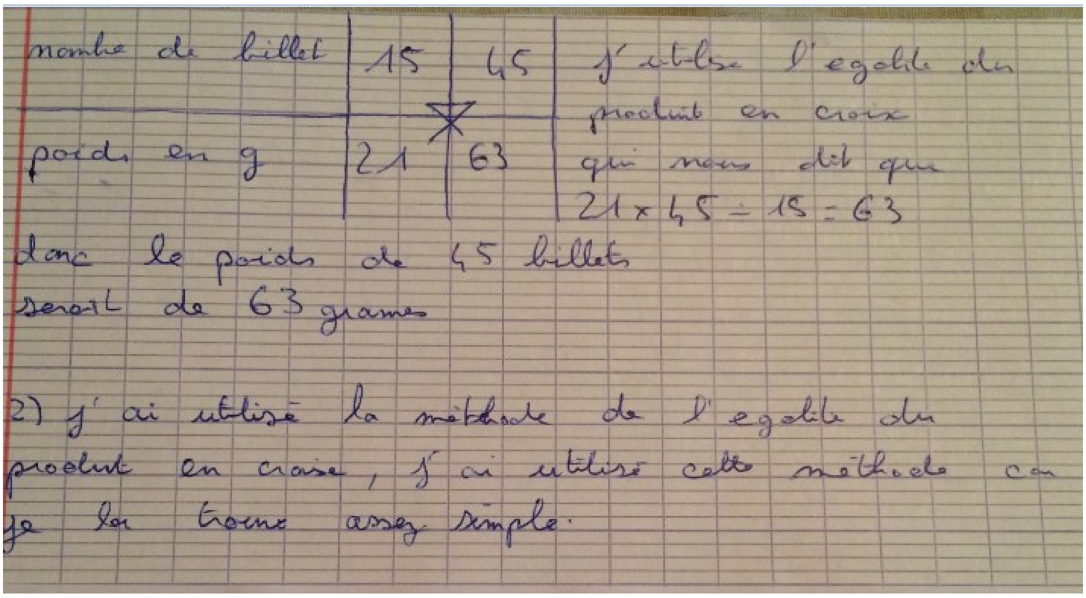
Dans cette production l'élève de 3ème a utilisé l'égalité des produits en croix. Il a représenté la situation à l'aide d'un tableau de proportionnalité, il a communiqué sa méthode et il a modélisé son calcul par une croix dans son tableau. Aucun calcul intermédiaire n'a été fait mais on peut supposé qu'il a posé ses calculs puis les a effacé.



2) Pour cette résoudre ce problème j'ai utilisé le produits en croix car je trouve cela est plus rapide et plus éfficace mais j'aurais pus utiliser un coefficient de proportionnalité.

Voici la justification du même élève. Pour lui cette procédure est rapide et efficace donc il privilégie cette procédure même si il est bien conscient qu'elle n'est pas la seule. Cela renvoi au faite que le raisonnement n'est pas privilégié par les élèves. Ils semblent plutôt privilégier les procédures rapides ou encore celles qui « marchent » à chaque fois.

<u>Production 2 :</u>



nombre de billet	15	45
poids en g	21	63

j'utilise l'egalité du produit en croix qui nous dit que $21 \times 45 \div 15 = 63$

donc le poids de 45 billets serait de 63 grames

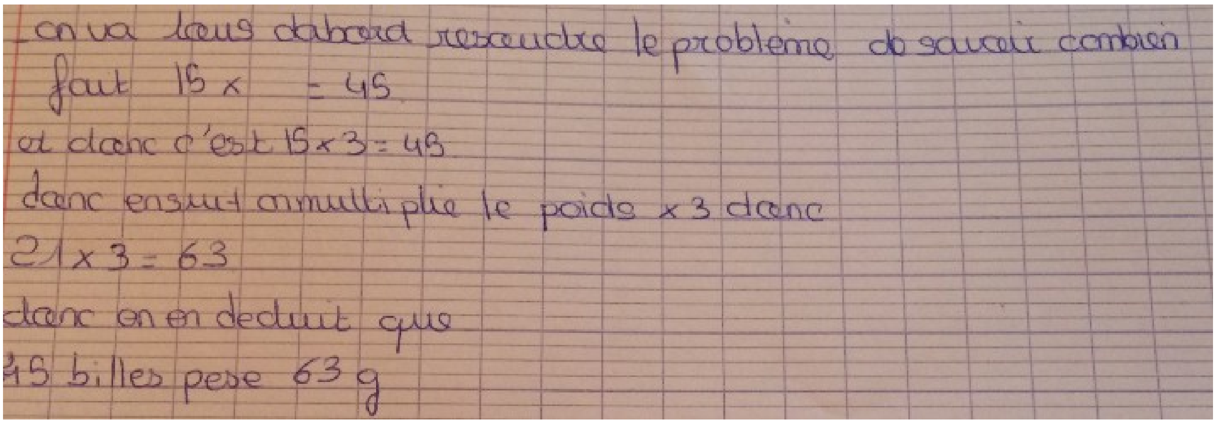
2) j'ai utilisé la méthode de l'egalité du produit en croise, j'ai utilisé cette méthode car je la trouve assez simple.

La plupart des élèves qui ont utilisé l'égalité des produits en croix justifient leur choix pour la simplicité et l'efficacité de la procédure. Même si dans ce cas la elle demande à mon sens plus de calcul difficile que la procédure linéaire puisque les élèves n'ont pas le droit à la calculatrice.

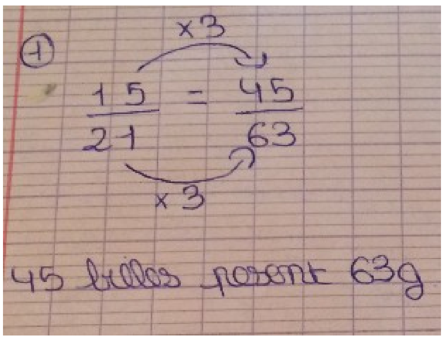
On peut noter que l'égalité des produits en croix est toujours communiquée par les élèves dans les 13 procédures observées. Par contre les procédures de linéarité, de retour à l'unité ou encore le « coefficient de proportionnalité » sont dans une grande majorité des cas associées à la méthode « proportionnalité ». Les élèves ont du mal a expliciter leur choix autrement qu 'en disant « j'ai utilisé la proportionnalité » ou encore « un tableau de proportionnalité ». Et en ce qui concerne les procédures linéaires, pour les élèves les procédures sont simple et rapide car ils peuvent passer de 15 à 45 en faisant la multiplication 15x3=45.

Pour les procédures linéaires les élèves optent pour différentes représentations comme le montrent les productions suivantes :

<u>Production 3 :</u> Multiplication à trou pour passer du nombre de billes de départ au nombre de billes final.

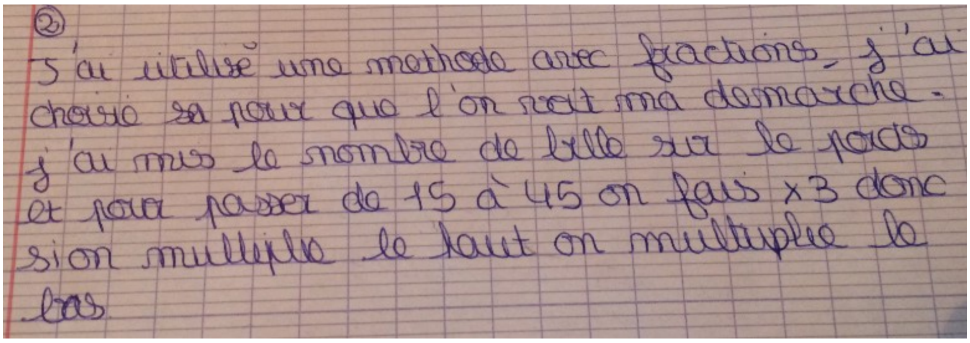

on va tous dabord resoudre le problème de savoir combien
faut 15 × = 45
et donc c'est 15 × 3 = 45
donc ensuit on multiplie le poids × 3 donc
21 × 3 = 63
donc on en deduit que
45 billes pese 63 g

<u>Production 4 :</u> Les fractions égales car comme la situation est de proportionnalité alors tous les rapports sont égaux. Ceci venant de l'unicité du coefficient de proportionnalité.

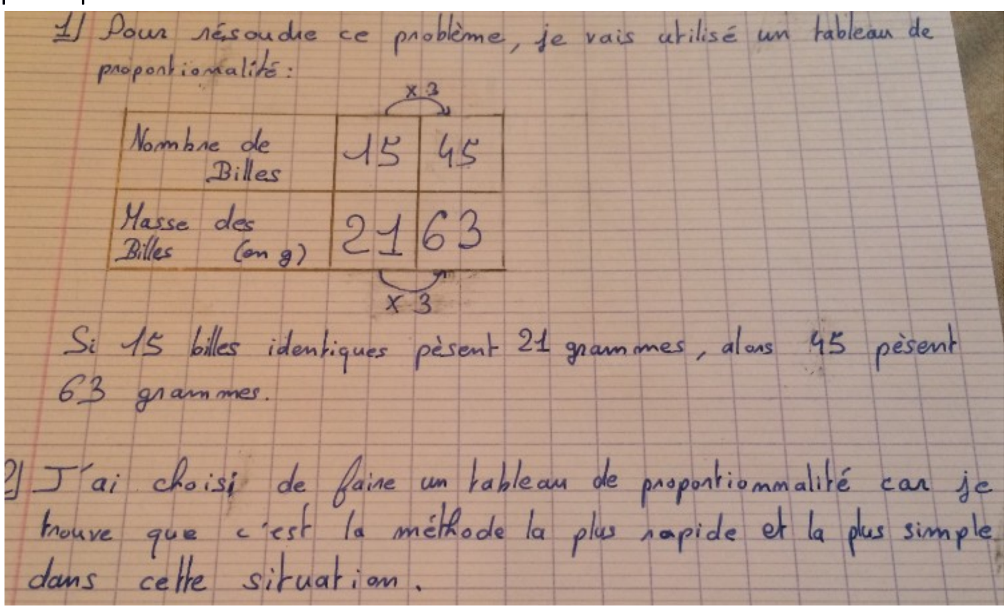

1

$$\frac{15}{21} \overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}} \frac{45}{63}$$

45 billes pesent 63g


2 J'ai utilisé une methode avec fractions, j'ai choisis sa pour que l'on voit ma demarche. j'ai mis le nombre de bille sur le poids et pour passer de 15 à 45 on fais ×3 donc si on multiplie le haut on multiplie le bas

<u>Production 5 :</u> Tableau de proportionnalité. Méthode décrite comme étant « la plus simple » et « la plus rapide »


1/ Pour résoudre ce problème, je vais utilisé un tableau de proportionnalité :

	×3	
Nombre de Billes	15	45
Masse des Billes (en g)	21	63
	×3	

Si 15 billes identiques pèsent 21 grammes, alors 45 pèsent 63 grammes.

2/ J'ai choisi de faire un tableau de proportionnalité car je trouve que c'est la méthode la plus rapide et la plus simple dans cette situation.

3) Deuxième expérimentation : Mai 2018 (Partie 2)

Énoncé donné aux élèves pour la deuxième phase de l'expérimentation:

« Exercice : La calculatrice est autorisée

1) Résoudre le problème suivant :

« Laura a participé à une course, elle a mis 20 min pour faire 1,6km. Elle court à une vitesse constante donc la distance parcourue est proportionnelle au temps. En combien de temps Laura a-t-elle couru 10km ? »

2) Quelle méthode as-tu utilisé pour résoudre le problème ? Pourquoi as-tu choisi cette méthode ? »

L'énoncé porte sur une situation concrète. Les données choisies n'orientent pas à priori l'élève sur une procédure linéaire même si on peut effectivement passer de 1,6 km à 10 km en multipliant 1,6 par 6,25. Ce passage la n'est pas évident. La calculatrice est autorisée contrairement à la première phase d'expérimentation.

Dans l'énoncé on indique à l'élève que la situation est de proportionnalité, il sait donc qu'il peut appliquer les procédures qu'il connaît.

Voici un tableau récapitulatif des procédures utilisées par les élèves.

En classe de 3ème :

Procédures	Effectifs	Fréquences
Égalité des produits en croix	13	$\frac{13}{18} \simeq 0{,}72$
Procédures linéaires	3	$\frac{3}{18} \simeq 0{,}17$
Coefficient de proportionnalité	2	$\frac{2}{18} \simeq 0{,}11$
Retour à l'unité	0	0
Total	18	1

En classe de 4ème :

Procédures	Effectifs	Fréquences
Égalité des produits en croix	30	$\frac{30}{62} \simeq 0{,}48$
Procédures linéaires	23	$\frac{4}{62} \simeq 0{,}06$
Coefficient de proportionnalité	4	$\frac{23}{62} \simeq 0{,}37$
Retour à l'unité	5	$\frac{5}{62} \simeq 0{,}08$
Total	62	1

On peut remarquer que pour ce problème environ 72 % des élèves de 3ème ont utilisé l'égalité des produits en croix. Cette augmentation peut être expliquer par le fait que la procédure linéaire n'était pas évidente.

Par contre pour les élèves de 4ème qui avaient produits seulement 3 productions sur 66 avec l'égalité des produits en croix, on passe ici à 30 productions sur 62 soit pratiquement 10 fois plus de procédures que lors de la première partie de l'expérience.

C'est un écart considérable qui selon moi peut provenir de 3 facteurs : la « non » évidence de la procédure linéaire (1,6x6,25=10) ou du coefficient de proportionnalité, l'utilisation plus régulière de l'égalité des produits en croix par le biais de fractions égales ou encore du Théorème de Thalès, l'utilisation de la calculatrice qui rend tous les calculs accessibles pour tous.

Conclusion.

Remerciements :

Je tiens à remercier monsieur Arnaud Simard, mon directeur de mémoire, pour m'avoir guidé et conseillé tout au long de la réalisation de ce mémoire. En répondant notamment à mes questions et en m'aidant à déterminer le sujet de ce mémoire. Je remercie également monsieur Philippe LeBorgne pour m'avoir accordé du temps et pour m'avoir donner des conseils tout au long de l'année.

Et enfin je remercie mes collègues de mathématiques du collège de TAVAUX. Mesdames Boulhot, Nidiau et Bourquin pour m'avoir permis de réaliser mes expérimentations au sein de leurs classes.

Conclusion :

La séquence « proportionnalité » a été travaillé en début d'année scolaire (09/17), les élèves ont donc rencontré l'égalité des produits en croix pour la première fois. Au début j'ai pu constater que cette procédure était peu utilisée par les élèves et ceux qui l'utilisaient ne le communiquaient pas. Ils appliquaient directement le calcul. En milieu d'année, sur un exercice ne nécessitant pas l'utilisation de l'égalité des produits en croix, les élèves de 4ème ont utilisé pour la grande majorité la procédure qui à priori était la plus efficace. C'est à dire une procédure linéaire. Contrairement aux élèves de 4ème, les élèves de 3ème ont opté pour l'égalité des produits en croix en vendant tout le mérite de sa rapidité et de son efficacité. En fin d'année lors de ma dernière expérimentation, les élèves de 4ème ont pu travailler l'égalité des produits en croix lors de la séquence « Théorème de Thalès » par le biais de fractions égales. Ceci a certainement influencé leur choix car de nombreux élèves (environ 50% contre 4% pour la première expérimentation) ont cette fois-ci opté pour l'égalité des produits en croix. On ne peut pas faire de conclusion étant donné le trop petit effectif d'élèves ayant réalisé les expérimentations, mais je peux remarquer qu'au sein de mon établissement en fin d'année de 4ème et encore plus en fin d'année de 3ème, les élèves semblent de plus en plus privilégier l'égalité des produits en croix. Cette procédure est, selon leur termes, rapide et facile à utiliser.

Bibliographie.

SIMARD (2012) *Petit x* n° xx, 2012.

SIMARD (2012) *Petit x* n° 90, 2012.

EDU (2005) Ressources pour les classes de 6°, 5°, 4° et 3° du collège, Proportionnalité au collège, Eduscol.

Résumé et mots clefs

Résumé :

La proportionnalité est un domaine des mathématiques très présent dans la vie courante. En effet tout le monde y est confronté pour savoir combien coûtent ou combien pèsent un certain nombre d'objets. On peut également se retrouver en situation de proportionnalité dans des problèmes liés à la vitesse, la distance ou le temps. De plus dans la scolarité des élèves la proportionnalité est présente du cycle 3, avec des problèmes comme dit précédemment, jusqu'au lycée avec les fonctions linéaires. Pour résoudre ces problèmes les élèves ont accès à diverses procédures. Néanmoins il semble que la procédure « égalité des produits en croix » reste la procédure dont les élèves à la fin de leur scolarité et les parents d'élèves se souviennent le plus. J'ai donc cherché à savoir pourquoi et à partir de quand cette procédure prends le dessus sur les autres pour résoudre des situations où les données ne nécessitent pas forcément une utilisation de « l'égalité des produits en croix ». Pour tenter de répondre à cela j'ai réalisé 2 expérimentations : une en milieu d'année et une en fin d'année et j'ai pu constater que en fin d'année de 4ème les élèves utilisent plus cette procédure qu'en début et milieu d'année.

Mots clefs :

- Proportionnalité

- Cycle 4

- Produit en croix

- Procédures

- Tableau de proportionnalité

- Fractions

- Linéarité